

Diseño y elaboración de un software educativo para temas de Cálculo Numérico: su  
inclusión en el proceso de enseñanza y aprendizaje

María Eva Ascheri, Rubén Pizarro, Gustavo Astudillo, Pablo García, Eugenia Culla

Eje temático: Procesos de enseñanza-aprendizaje basados en las nuevas tecnologías y  
servicios web.

## INTRODUCCIÓN

En el marco de actividades de investigación, estamos trabajando en el diseño y desarrollo de un software educativo que utilizamos como recurso didáctico para la enseñanza y aprendizaje de algunos temas de Cálculo Numérico, y en el estudio de los resultados de su inclusión en dicha materia. Esperamos que esta herramienta guíe los aprendizajes funcionando como apoyo a la explicación del profesor y además, que se pueda acceder libremente a ella en un entorno Web. Hemos utilizado este software para la enseñanza y el aprendizaje del tema *Resolución Numérica de Ecuaciones no Lineales* (Ascheri y cols., 2009). Este año, lo usaremos, además, para desarrollar el tema *Interpolación y Aproximación Polinomial* a través de la visualización gráfica del comportamiento de los métodos numéricos correspondientes. Estos temas forman parte del curso de Cálculo Numérico que se dicta, entre otras, para las carreras de Profesorado de Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UNLPam<sup>1</sup>.

De nuestra experiencia lograda a partir del desarrollo del Proyecto de Investigación anterior (Pizarro y Ascheri, 2008), de la búsqueda y análisis del material disponible en línea sobre las temáticas que se abordan en un curso de Cálculo Numérico y de la identificación de aquellos contenidos que resultan de más difícil comprensión para los alumnos, surgió que en esta instancia decidiéramos incluir los temas antes señalados.

## DESARROLLO

### Consideraciones para la elaboración del software

Estamos desarrollando este software educativo íntegramente con software libre. Utilizamos PHP, HTML, CSS, la librería JGraph y GIMP para el diseño y edición de imágenes (en formato PNG).

En la primera etapa del Proyecto, buscamos aplicaciones destinadas a la enseñanza y el aprendizaje de los temas de Cálculo Numérico: “Resolución de ecuaciones no lineales” e “Interpolación y aproximación polinomial”. Los resultados de esta búsqueda, nos permitieron comprobar que no existen aplicaciones de acceso libre que aborden los temas con un enfoque didáctico; se centran, básicamente en el cálculo numérico de los problemas a resolver. Existen, en general, un gran número de sitios que ofrecen los algoritmos implementados en diversas páginas Web con applets o animaciones que aplican los métodos para funciones fijas, muestran el desarrollo de los métodos o, simplemente, arrojan los resultados de la aplicación de un método en particular.

---

<sup>1</sup> Universidad Nacional de la Pampa (La Pampa, Argentina)

El desafío que nos planteábamos no se centraba únicamente en desarrollar una aplicación Web. Además, debería ser un software educativo. Consideraremos software educativo a toda aplicación informática que se haya diseñado intencionalmente para impactar en el proceso de enseñanza-aprendizaje, es decir, tomando la definición dada por Pere Marquès (1996, pp.2): *“programas para ordenador creados con la finalidad específica de ser utilizados como medio didáctico, es decir, para facilitar los procesos de enseñanza y de aprendizaje”*.

Teniendo esto como referencia, avanzamos en la selección de herramientas de libre acceso que nos permitieran hacer el desarrollo de un software libre. Esto es, *“el software libre es aquél que puede ser distribuido, modificado, copiado y usado; por lo tanto, debe venir acompañado del código fuente para hacer efectivas las libertades que lo caracterizan.”* (Culebro Juárez y cols., 2006). Algunas de estas libertades, según la Free Software Foundation, son para:

- ✓ ejecutar el programa sea cual sea nuestro propósito,
- ✓ estudiar el funcionamiento del programa y adaptarlo,
- ✓ redistribuir copias,
- ✓ mejorar el programa y luego publicarlo para el bien de toda la comunidad.

A finales del año 2008 y principios del 2009, comenzamos con la evaluación de la aplicación. Para esta primera etapa de la evaluación, utilizamos una técnica denominada *caminata cognitiva*. En ella, *“un grupo de expertos simula la manera en como un usuario caminaría por la interfaz al enfrentarse a tareas particulares.”* (Baeza Yates y Rivera Loaiza, 2002, pp.8). Esto nos permitió identificar un conjunto de fortalezas y debilidades en la aplicación desde los puntos de vista didáctico-matemático, del aprendizaje y del tratamiento del error. Para evaluar la usabilidad, es decir, la capacidad de un software de ser comprendido, aprendido y ser atractivo en condiciones específicas de uso (Wikipedia, 2009), utilizamos las heurísticas adaptadas por Instone (1997) y citadas por Baeza Yates y Rivera Loaiza (2002), algunas de ellas son:

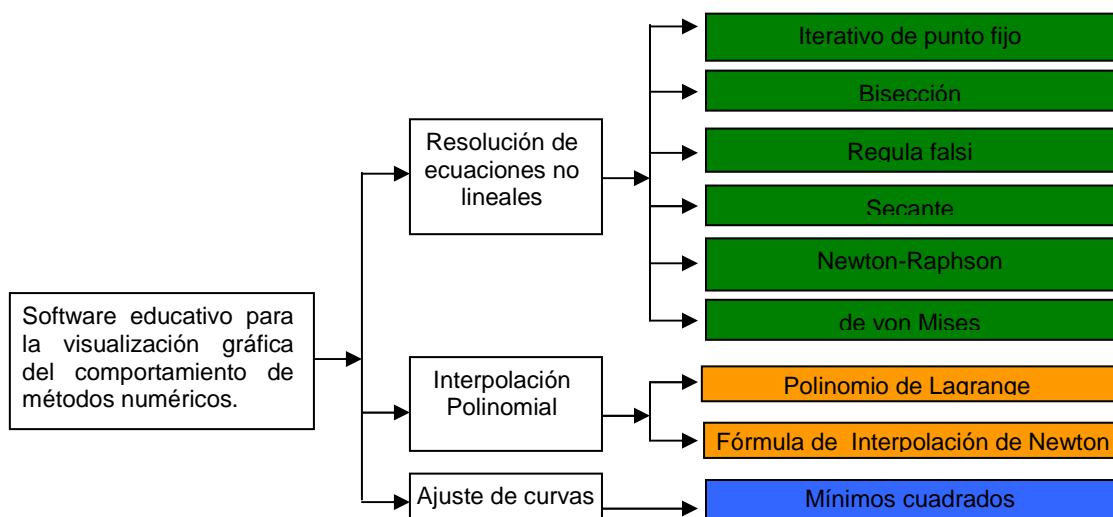
- Control por parte del usuario y libertad.
- Prevención de errores.
- Preferencia al reconocimiento frente a la memorización.
- Flexibilidad y eficiencia de uso.
- Ayuda para que el usuario reconozca, diagnostique y se recupere de los errores.
- Ayuda y documentación.

El análisis desde el punto de vista de la usabilidad del software, nos dio como resultado un conjunto de recomendaciones que nos permitieron realizar varias mejoras al software

(Ascheri y cols., 2009). Estas mejoras nos llevaron a realizar una mejor navegabilidad y a crear opciones más claras para facilitar la resolución de los ejercicios y la visualización de los resultados, a escribir una ayuda más apropiada y a realizar una visión global de los métodos en la asignatura e información de sus autores.

### Contenidos implementados y a implementar

Luego del análisis que realizamos y hechas las modificaciones necesarias, llegamos a la versión actual del software en el cual se incluyen los siguientes contenidos:



Hemos programado y experimentado en el curso de Cálculo Numérico durante 2009, los contenidos que aparecen en los cuadros de color verde. Actualmente, estamos programando e implementaremos en dicha materia, los cuadros de color naranja. Para el próximo año, programaremos e implementaremos los contenidos del cuadro de color azul.

### Qué nos ofrece el software

Al software accedemos en <http://online2.exactas.unlpam.edu.ar/numerico/>, con las próximas figuras trataremos de hacer una rápida síntesis de los resultados que ofrece el software. Así, en la *Figura 1*, vemos el primer menú que nos aparecerá al iniciar la navegación por el sitio:

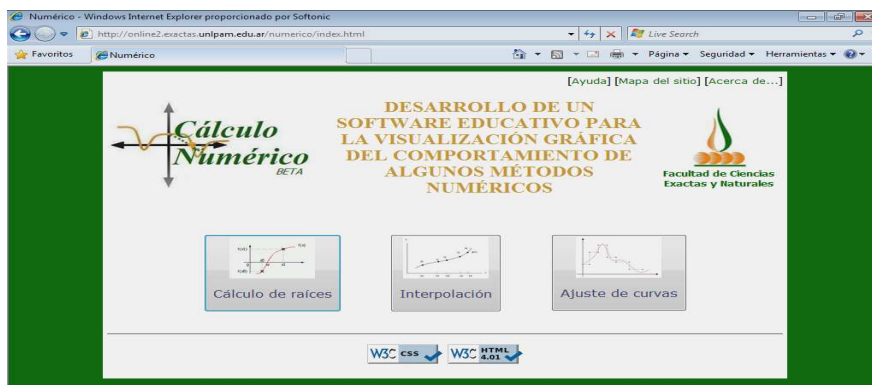


Figura 1

Ingresando a la opción “**Cálculo de raíces**” aparece la ventana que nos permitirá elegir alguno de los seis métodos que implementamos para la resolución de ecuaciones no lineales:



Figura 2

Al seleccionar, por ejemplo, el método de “**Newton-Raphson**” aparecerá una ventana, (Figura 3), en la cual se ingresan los datos necesarios para poder implementarlo.

Figura 3

Al seleccionar la opción “**Aplicar el método**”, se obtienen sucesivas imágenes en las cuales se representa la gráfica de la función y las correspondientes aproximaciones a la raíz que se está buscando, obteniendo en este caso el gráfico de la Figura 4

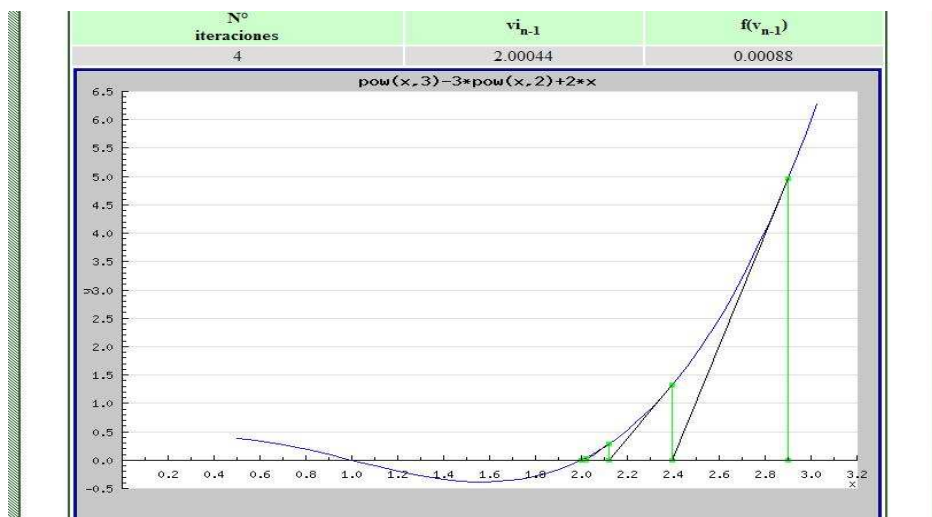


Figura 4

Finalmente, se mostrarán los datos numéricos relacionados con la resolución del problema propuesto, como se muestra en la *Figura 5*.



Figura 5

Si elegimos alguno de los otros métodos, el software responde de manera similar de acuerdo al problema a resolver.

Ahora bien, si en la *Figura 1* seleccionamos la opción “**Interpolación**”, aparecerá una nueva ventana que nos permitirá elegir uno de los métodos de interpolación incluidos en el software. Al elegir el método de “**Lagrange**”, obtendremos la pantalla (*Figura 6*):



Figura 6

Podremos elegir la opción de interpolar aplicando la fórmula de Lagrange, conociendo o no la función. De esta forma, si seleccionamos la opción en la cual conocemos la función e ingresamos la misma, los valores en la cual la queremos calcular y el valor a interpolar, obtendremos los resultados que se muestran en las *Figuras 7 y 8*:



Figura 7

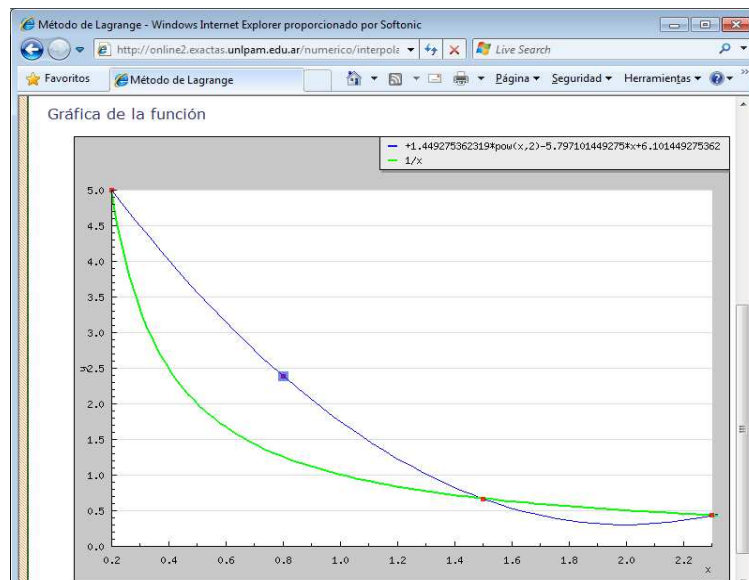


Figura 8

En la *Figura 7*, vemos los resultados numéricos que arroja el software, incluyendo el polinomio de interpolación obtenido. En la *Figura 8*, podemos observar la representación gráfica de la función conocida, del polinomio obtenido y del resultado del valor interpolado.

### Para qué y cómo utilizamos el software

Las actividades desarrolladas en Cálculo Numérico requieren de la realización de muchos cálculos. Se estudian diferentes métodos numéricos para obtener soluciones aproximadas a problemas que analíticamente no pueden resolverse o que resulta muy complejo poder hacerlo. Previo a la implementación del software educativo, durante el cursado de esta materia, los alumnos estudiaban los distintos métodos numéricos aplicando las diferentes fórmulas y elaboraban programas sencillos que resolvían numéricamente los problemas planteados. En todos los casos, advertimos, desde la cátedra, que la búsqueda de la solución esperada hacía que se perdiera de vista el funcionamiento de los métodos, su interpretación gráfica, las condiciones para su aplicación, el error cometido, etc. Esto nos motivó a que nos planteáramos diseñar un software educativo acorde a las necesidades y objetivos propuestos para el desarrollo de la materia Cálculo Numérico. Por ello, con la incorporación en la materia del software educativo que presentamos, esperamos lograr un mayor estudio de los aspectos gráficos de los diferentes métodos analizados.

Como vimos en las figuras anteriores, para aplicar los métodos numéricos es necesario considerar, entre otros, los siguientes requerimientos:

- la función a analizar,
- el valor del error con el que queremos obtener los resultados,

- la cantidad de iteraciones máximas,
- el intervalo de análisis,
- valores iniciales,
- expresiones de las derivadas.

Una vez que el usuario determine todos los datos iniciales, deberá aplicar el método. En esa instancia, verá si la respuesta obtenida es adecuada o no, de acuerdo al problema a resolver. Ahora bien, para realizar todas las acciones anteriores el usuario deberá hacer un minucioso análisis del problema a resolver y de las condiciones del método que se aplicará. Pretendemos con ello, que el alumno realice una revisión de los conceptos teóricos para confirmar por qué un método está funcionando o no, o cuál de los métodos resulta más adecuado para resolver el problema en cuestión. Por otro lado, tanto los resultados como los procedimientos intermedios para obtenerlos se representan gráficamente. Esto le permite al alumno, además de verificar los resultados finales, analizar gráficamente cómo se obtienen los mismos.

Este software es utilizado en las clases teóricas y prácticas. En estas últimas, se resuelven ejercicios de los trabajos prácticos y de las evaluaciones parciales, mientras que para el desarrollo de la teoría, se usa como herramienta pedagógica colaborativa para la interpretación geométrica de los métodos numéricos estudiados, para el planteo y desarrollo de nuevos ejemplos, entre otros.

### **Resultados obtenidos**

Transitando el tercer año en el que utilizamos el software durante el curso de Cálculo Numérico, hemos obtenido información sobre el impacto del mismo en el desarrollo de las clases. Para tal fin, realizamos encuestas y registramos observaciones de clases, además de considerar las variaciones en los resultados obtenidos en las evaluaciones parciales.

Del análisis de las encuestas realizadas, podemos afirmar que los alumnos, en su gran mayoría, señalan:

- *es muy positivo la inclusión del software en el desarrollo de las clases,*
- *el software facilitó la comprensión de los diferentes métodos vistos,*
- *resultó fácil comprender su funcionamiento,*
- *es muy importante poder acceder al mismo por medio de Internet, porque no tengo que instalar software adicional en mi computadora y además, lo puedo usar fuera de los horarios de cursado.*



Como podemos observar, las respuestas a las encuestas fueran muy positivas. Sin embargo, de las observaciones de las clases podemos señalar los siguientes aspectos:

- varios alumnos afirman “...*esto de las computadoras no es para mí...*”, al momento de tener que utilizarlas en sus actividades,
- la mayoría de los alumnos siguen utilizando la calculadora por sobre la computadora para la realización de cálculos,
- ante la posibilidad de realizar reiterados intentos con diferentes valores en el software, existe una tendencia a quedarse con el primer resultado obtenido, lo que dificulta la extracción de conclusiones.

Por lo que expresan los alumnos en las diferentes instancias, podemos ver que si bien conocen y acuerdan con la incorporación de TIC en sus actividades de estudio, reconocen ciertas dificultades en el uso de las computadoras, en la mayoría de los casos, por no tener experiencias previas. Sólo la han utilizado en la realización de actividades complementarias u optativas. Esto coloca a las computadoras en un rol secundario y no como una herramienta de apoyo para construir sus aprendizajes.

Como integrantes de la cátedra de Cálculo Numérico y del grupo de investigación, podemos afirmar que trabajar en este software nos ha permitido incorporar herramientas de programación y contar en la actualidad con nuevas herramientas didácticas para el desarrollo de los contenidos temáticos.

## **CONCLUSIONES**

Del uso del software, podemos concluir que si bien ha sido positiva su implementación en el desarrollo de Cálculo Numérico, aún la utilización de las computadoras no es considerada por los alumnos como un proceso natural; siguen priorizando el uso de lápiz, papel y calculadora. Dado que esta materia se cursa en tercer año del Profesorado en Matemática, los alumnos han transcurrido al menos 15 años en un sistema educativo en el cual, en sus actividades, mantienen tareas netamente tradicionales. La mayoría de nuestros alumnos son futuros Profesores de Matemática de Nivel Medio y encargados de incorporar nuevas formas de enseñar y aprender, por lo cual sus experiencias con la inclusión de tecnologías en sus clases (como alumnos) deberían ser más frecuentes, pudiendo de esta forma aceptar y mejorar su manejo de la computadora y de diferentes software. Actualmente, con políticas diseñadas por el Gobierno Nacional, se está priorizando la inclusión de TIC (Programa Conectar Igualdad, 2010). Esto, sin duda, demandará que los nuevos profesores estén ampliamente capacitados para poder

utilizarlas. Con la concreción de experiencias como la del presente trabajo, tratamos de aportar a este objetivo.

Continuar con la elaboración del software educativo ampliando los contenidos a desarrollar, incorporándolo a otras asignaturas y analizando la metodología aplicada, son seguramente líneas de trabajo que nos permitirán aproximarnos al logro de los cambios en Educación que se pretenden conseguir. Además, creemos de gran importancia investigar cuál es el impacto del uso del software en el rendimiento académico de los alumnos, por lo que incluimos también este tema entre las futuras líneas de investigación.

## BIBLIOGRAFIA

- Ascheri, M. E. Astudillo, G., García, P., Pizarro, R. y Culla, M. E. (2009). *Análisis de un software educativo para Cálculo Numérico*. (pp. 148-158). Memorias del VI CIEMAC. Cartago. Costa Rica. Disponible en <http://www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac/>
- Baeza Yates, R. y Rivera Loaiza, C. (2002). *Ubicuidad y Usabilidad en la Web*. Recuperado el 5/09/09, de <http://www.dcc.uchile.cl/~rbaeza/inf/usabilidad.html>
- Culebro Juárez, M., Gómez Herrera, W. y Torres Sánchez, S. (2006). *Software libre vs software propietario. Ventajas y desventajas*. México: (CC) Creative Commons. Recuperado el 16/03/09, de <http://www.softwarelibre.cl/drupal//files/32693.pdf>
- Instone, K. (1997). *Site Usability Evaluation – Part. 1*. Recuperado el 14 de febrero de 2009, de <http://instone.org/siteeval>
- Marqués, P. (1996). *El software educativo*. Universidad Autónoma de Barcelona. Recuperado el 10/01/09, de [http://www.lmi.ub.es/te/any96/marques\\_software](http://www.lmi.ub.es/te/any96/marques_software)
- Pizarro R. y Ascheri M. E. (2008). Diseño e implementación de un software educativo en cálculo numérico. *Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología*. Número 3. (pp. 39-46). Editorial: Red de Universidades Nacionales con Carreras de Informática. Disponible en <http://teyet-revista.info.unlp.edu.ar/nuevo/files/No3/TEYET3-art07.pdf>
- Programa Conectar Igualdad. (2010). Administración Nacional de la Seguridad Social. Argentina. Recuperado el 28 de marzo de 2010, de <http://conectarigualdad.gob.ar/>
- Wikipedia, La enciclopedia libre. (2009). Usabilidad. Recuperado el 28 de marzo de 2009, de <http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Usabilidad&oldid=23617834>.